Corrigé des Travaux Dirigés de Géophysique Appliquée

Sismique

Exercice 1

$$\sigma_{xx} = \lambda\theta + 2\mu\frac{\partial u}{\partial x} \qquad \sigma_{yy} = \lambda\theta + 2\mu\frac{\partial v}{\partial y} \qquad \sigma_{zz} = \lambda\theta + 2\mu\frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx} = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) \qquad \sigma_{yz} = \sigma_{zy} = \mu\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right) \qquad \sigma_{zx} = \sigma_{xz} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)$$

Exercice 2

Nous avons : $V_L = \sqrt{\dfrac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$ et $V_T = \sqrt{\dfrac{\mu}{\rho}}$, d'où : $\mu = V_T{}^2 \times \rho$; $\lambda + 2\mu = V_L{}^2 \times \rho$ donc $\lambda = \rho\left(V_L{}^2 - 2V_T{}^2\right)$.

Pour le calcul de E et de σ, partons de : $\lambda = \dfrac{E\sigma}{(1+\sigma)(1-2\sigma)}$, $\mu = \dfrac{E}{2(1+\sigma)}$

Reportons dans la première équation $\dfrac{E}{(1+\sigma)} = 2\lambda$ tiré de la seconde : $\lambda = 2\mu\dfrac{\sigma}{(1-2\sigma)}$

D'où : $(1-2\sigma)\lambda = 2\mu\sigma$ et $\sigma = \dfrac{\lambda}{2(\mu+\lambda)}$

E s'en déduit : $E = 2\mu(1+\sigma) = 2\mu\dfrac{2\mu+3\lambda}{2(\mu+\lambda)} = \mu\dfrac{2\mu+3\lambda}{\mu+\lambda}$

Numériquement avec V en m/s et ρ en kg/m^3 : $\mu = 8\times10^9$Pa ; $\lambda = 7.12\times10^9$Pa ; $\sigma = 0.235$; $E = 1.98\times10^{10}$Pa.

Exercice 3

$$\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial\sigma_{zx}}{\partial z} = \rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

Avec $\sigma_{xx} = \lambda\theta + 2\mu\dfrac{\partial u}{\partial x}$, $\sigma_{yx} = \mu\left(\dfrac{\partial v}{\partial x} + \dfrac{\partial u}{\partial y}\right)$ et $\sigma_{zx} = \mu\left(\dfrac{\partial u}{\partial z} + \dfrac{\partial w}{\partial x}\right)$ on obtient :

$$\lambda\frac{\partial\theta}{\partial x} + 2\mu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) + \mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) = \rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$\lambda\frac{\partial\theta}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x\partial z}\right) = \rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$\lambda\frac{\partial\theta}{\partial x} + \mu\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) = \rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$(\lambda + \mu)\frac{\partial\theta}{\partial x} + \mu\Delta u = \rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

Exercice 4

1) Il s'agit d'un terrain formé de 2 couches horizontales, la couche superficielle étant la moins rapide.

2) $1/V_1 = 0.280 \times 10^{-3}$ $\quad V_1 = 3572\,\mathrm{m/s}$

$1/V_2 = 0.192 \times 10^{-3}$ $\quad V_1 = 5208\,\mathrm{m/s}$

$\sin \vartheta c = \dfrac{V_1}{V_2} = 0.689$ $\quad \cos \vartheta c = 0.728$

Soit h l'épaisseur de la couche superficielle : $t = 2\dfrac{h}{V_1}\cos \vartheta c \approx 3.90 \times 10^{-2}$ d'où $h \approx 96\,\mathrm{m}$

Exercice 5

1) Il faut déterminer la distance à partir de laquelle la première cônique est enregistrée avant l'onde directe (⇔ temps de parcours de la cônique < temps de parcours de l'onde directe) :

$$t_1 = \frac{x}{V_2} + \frac{2h_1 \cos i_{1c}}{V_1} \quad < \quad t_0 = \frac{x}{V_1}$$

$$\frac{x}{V_2} + \frac{2h_1 \cos\left(\sin^{-1}\frac{V_1}{V_2}\right)}{V_1} = \frac{x}{V_1} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2h_1 \cos\left(\sin^{-1}\frac{V_1}{V_2}\right)}{V_1} = \frac{x}{V_1} - \frac{x}{V_2}$$

$$\frac{V_1 V_2}{V_2 - V_1}\,\frac{2h_1 \cos\left(\sin^{-1}\frac{V_1}{V_2}\right)}{V_1} = x \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{V_2}{V_2 - V_1} \times 2h_1 \cos\left(\sin^{-1}\frac{V_1}{V_2}\right) \qquad x=11.65\mathrm{m}$$

2) Il faut déterminer la distance à partir de laquelle la deuxième cônique est enregistrée avant la première cônique :

$$t_2 = \frac{x}{V_3} + \frac{2h_1 \cos i_1}{V_1} + \frac{2h_2 \cos i_{2c}}{V_2} \quad < \quad t_1 = \frac{x}{V_2} + \frac{2h_1 \cos i_{1c}}{V_1}$$

$$x = \frac{V_2 V_3}{V_3 - V_2}\left[\frac{2h_1}{V_1}\left(\cos\left(\sin^{-1}\frac{V_1}{V_3}\right) - \cos\left(\sin^{-1}\frac{V_1}{V_2}\right)\right) + \frac{2h_2}{V_2}\cos\left(\sin^{-1}\frac{V_2}{V_3}\right)\right] \qquad x=88.03\mathrm{m}$$

3) Il faut déterminer la distance à partir de laquelle la troisième cônique est enregistrée avant la deuxième cônique :

$$t_3 = \frac{x}{V_4} + \frac{2h_1 \cos i_1}{V_1} + \frac{2h_2 \cos i_2}{V_2} + \frac{2h_3 \cos i_{3c}}{V_3} \quad < \quad t_2 = \frac{x}{V_3} + \frac{2h_1 \cos i_1}{V_1} + \frac{2h_2 \cos i_{2c}}{V_2}$$

$$x = \frac{V_3 V_4}{V_4 - V_3}\left[\frac{2h_1}{V_1}\left(\cos\left(\sin^{-1}\frac{V_1}{V_4}\right) - \cos\left(\sin^{-1}\frac{V_1}{V_3}\right)\right) + \frac{2h_2}{V_2}\left(\cos\left(\sin^{-1}\frac{V_2}{V_4}\right) - \cos\left(\sin^{-1}\frac{V_2}{V_3}\right)\right) + \frac{2h_3}{V_3}\cos\left(\sin^{-1}\frac{V_3}{V_4}\right)\right]$$

x=83.06m

Exercice 6

1)La pente de l'hodochrone de l'onde directe nous permet de calculer la vitesse dans le premier milieu :

$V_1 = 1/\text{pente}_1 = 1/0.5\times10^{-3} = 2000\ \mathrm{ms^{-1}}$

Lorsqu'on effectue un tir sismique et que l'on enregistre à côté du point de tir, la durée θ qui sépare l'instant du tir de l'arrivée du premier écho est égale à : $\theta = 2h / V_1$ avec h l'épaisseur de la première couche sous le point de tir.

Les différentes épaisseurs sont donc :

Point	O	A	B	C	D	E	F
x (m)	0	150	400	500	800	1000	1200
h (m)	150	170	190	180	150	130	150

Le premier réflecteur étant en moyenne horizontal, la pente de l'onde réfractée permet de calculer V_2 :

$V2 = 1/\text{pente}2 = 1/0.2\times10^{-3} = 5000\ \mathrm{ms^{-1}}$

2) Pour voir apparaître le premier réflecteur, il faut qu'à la valeur θ corresponde la valeur $h = \theta\, V_1 / 2$. L'unité de profondeur doit donc être égale à $2 / V_1$ fois l'unité de temps. Ainsi, l'axe vertical devient l'axe des profondeurs.

3) La juxtaposition des traces permet d'imager les variations latérales d'épaisseur de la première couche.

Exercice 7
1) On image 96 PM à chaque tir, soit un par géophone.
2) La distance entre 2 PM consécutifs est de 5 m, soit la moitié de la distance inter-géophones.
3) L'ordre de couverture de chaque profil est 24 ($c=\Delta g \ Ng / 2\Delta S$)

Exercice 8
Fréquence des ondes P dans l'eau : 1000 m/s.
La résolution latérale sur le fond pour une fréquence de 15 Hz est de 366.7 m.
Pour une fréquence de 1500 Hz, elle est de 36.7 m
Pour obtenir la meilleure résolution lors de mesures de bathymétrie on utiliserait une fréquence de 1500 Hz.

Exercice 9

Vitesse des ondes P (m/s)	Fréquence dominante de la source sismique (Hz)	Limite de la résolution latérale (m)
1500	25	$\lambda / 4 = 15$
1500	100	3.75
3000	25	30
3000	100	7.5

Vitesse des ondes P (m/s)	Fréquence dominante de la source sismique (Hz)	Profondeur de l'interface (m)	Limite de la résolution latérale (m)
1500	25	1000	347.7
1500	100	1000	173.4
1500	25	100	113.6
1500	100	100	55.3
3000	25	1000	493.6
3000	100	1000	245.4

Exercice 10
1)V1 = 2500 m/s , V2 = 4000 m/s, H1 = 5 m , $\theta c = 38.68°$
2) Temps d'arrivée des différentes ondes à 5, 20 et 100 m de la source :

	5m	**20m**	**100m**
Onde directe	2.0×10^{-3} s	8.0×10^{-3} s	40.0×10^{-3} s (2)
Onde réfléchie	4.5×10^{-3} s	8.9×10^{-3} s	40.2×10^{-3} s (2)
Onde conique	(1)	8.1×10^{-3} s (3)	28.1×10^{-3} s

(1) Pas d'onde conique car la distance critique est de 8 m
(2) Quand la distance à la source est grande, l'hodochrone de l'onde directe est une asymptote de celle de l'onde réfléchie.
(3) L'onde réfléchie est la plus rapide pour une distance à la source légèrement supérieure à 20 m.

Exercice 11
1) Les premières arrivées correspondent à 2 ondes différentes : l'onde directe et la première onde conique.
Deux couches géologiques pourront donc être caractérisées.
2) Vitesse des ondes P dans la première couche : $V_1=500$ m s^{-1}; dans la seconde couche : $V_2=2000$ m s^{-1}.
Epaisseur de la première couche : $h_1=4$ m.
3) Le pendage de l'interface entre les 2 premières couches est nul car le tir inverse et le tir direct donnent les mêmes résultats.
Remarque : on peut calculer le temps d'arrivée des 2 ondes aux différents géophones

x (m)	1	3	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
t directe (ms)	**2.0**	**6.0**	**10.0**	**20.0**	30.0	40.0	50.0	60.0	70.0	80.0	90.0	100.0
t conique (ms)	-	17.0	18.0	20.5	**23.0**	**25.5**	**28.0**	**30.5**	**33.0**	**35.5**	**38.0**	**40.5**

En gras, les premières arrivées. La distance critique, calculée à partir de l'angle critique soit 14.48°, est de l'ordre de 2.06 m donc le premier géophone n'enregistre pas la première conique.

Exercice 12

$\Delta g = 10$ m ; $Ng = 96$; $c = 48$.

1) Pour obtenir un ordre de couverture égale à 48, on devra espacer 2 tirs consécutifs de $(\Delta g \times Ng) / 2c = 10$ m.

2) A chaque tir 96 points miroirs sont imagés, soit un par géophone.

3) La distance entre 2 PM consécutifs est égale à $\Delta g / 2$, soit 5 m.